Veränderungen in Didaktik/Methodik beim Einsatz eines Taschencomputers im LK Mathematik

Heiko Knechtel, Bückeburg

Mathematikunterricht ist wie ein Tanker.
So ein Tanker hat ein gewisses Beharrungsvermögen.
Jede Kurskorrektur braucht eine ganze Weile,
so leicht und schnell ändert sich da eben nichts.
Eben wie im Mathematikunterricht.
Löding

1. Vorbemerkungen

Seit 1996 wird am Ratsgymnasium Stadthagen Mathematikunterricht im LK mit Taschencomputern unterrichtet. Der Einsatz dieser Geräte wird im **fit**[1]-System durchgeführt, d.h. die Schüler können den TC jederzeit einsetzen, im Unterricht, zu Hause, in der Cafeteria, in der Klausur, im Abitur. Nur dadurch wird erreicht, dass die Sonntagssituation des Unterrichtes im Computerraum überwunden wird und der TC für Schüler und Lehrer ein natürliches Werkzeug wird. Der Gedanke des natürlichen Werkzeugs impliziert, dass die Schüler selbst entscheiden müssen, wann und wie sie dieses Gerät einsetzen.

<u>These 1</u>
Die klassische Kurvendiskussion ist tot! An ihre Stelle kann z.B. das Anpassen von Funktionen an Datenmengen treten.

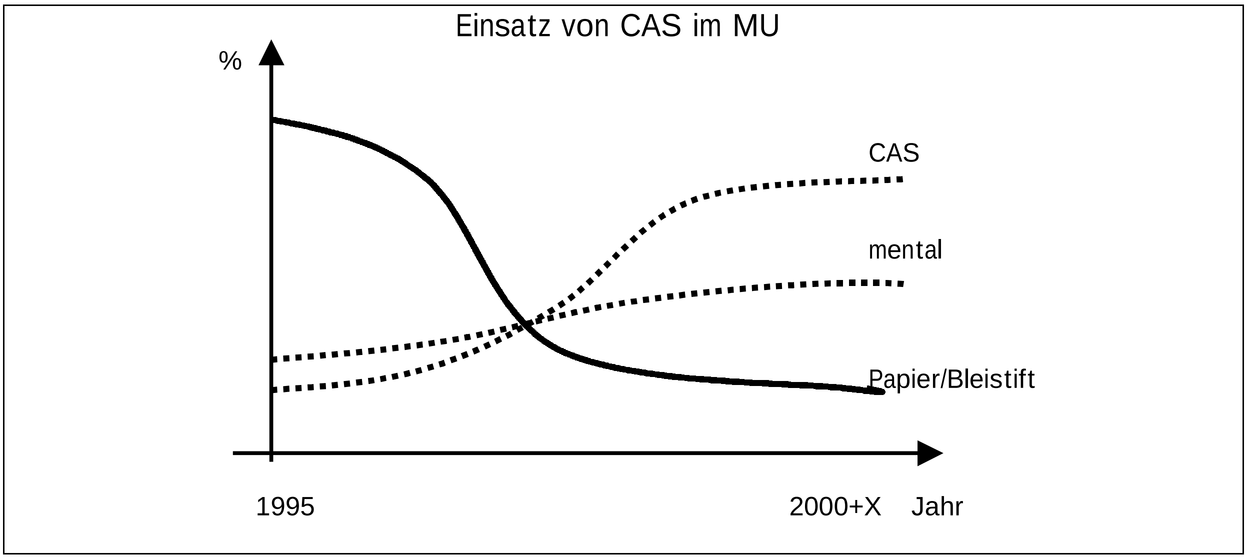
<u>These 2</u>
Mathematik kann realitätsnah unterrichtet werden.

<u>These 3</u>
Aus konvergenten Aufgaben werden divergente Probleme.

<u>These 4</u>
Symbolische „Fertigkeiten“ werden von symbolischen „Fähigkeiten“ verdrängt.

<u>These 5</u>
Bei vollintegriertem Einsatz des TC tritt das Operieren in den Hintergrund, das Darstellen und Interpretieren in den Vordergrund.

<u>These 6</u>
Der Einsatz von CAS im MU wird sich in den nächsten 10 Jahren kontinuierlich erhöhen.



2. Didaktische Prinzipien

The-Rule-Of-The-Three

Jedes mathematische Problem kann graphisch, numerisch und analytisch betrachtet und gelöst werden. Die drei Betrachtungsweisen stehen gleichberechtigt nebeneinander. Das Primat der analytischen Lösung ist nur in einigen Ausnahmefällen wirksam, da sich nur wenige Probleme durch mathematische Funktionen vollständig modellieren lassen.

White-Box-Black-Box-Prinzip nach Buchberger 1989

white-box-Phase: Verstehen eines Begriffs/Verfahrens, Anwenden in einfachen Zusammenhängen
black-box-Phase : Anwenden des Verfahrens (insbesondere mit Rechner)

[1] **fit** = **f**ully **i**ntegrated **t**echnology (H.Knechtel)

Hierbei sind unterschiedliche Akzentuierungen der white-box im Sinne von rein heuristischen Vorstellungen eines Begriffes bis hin zur Erarbeitung von präzisen Definitionen und Regeln möglich.
Problem : gerade von schwächeren Schülern wird nach Verdrängen der white-box-Phase vieles als black-box angewandt.

Black-Box-White-Box-Prinzip nach Buchberger 1989

Insbesondere im Zusammenhang mit Vorschlägen zu experimenteller Mathematik wird dieses Prinzip manchmal angeführt. Die Phasen werden hier nicht scharf getrennt : Anhand verschiedener Eingaben soll die Bedeutung bestimmter Befehle und damit der dahinterstehenden mathematischen Begriffe und Regeln erkannt werden.
Weniger die Erarbeitung eines bestimmten Begriffes als vielmehr die Erzeugung einer “Forschungshaltung” :
Aufstellen einer Vermutung - Überprüfung -
Modifikation der Vermutung - neuerliche Überprüfung - ...

Modul-Prinzip

Der Modulgedanke ist eine fundamentale Idee der Informatik, die von den CAS übernommen wurde. Unter Modularität versteht man, grob gesprochen, die Anwendung des Baukastenprinzips bei Problemlöseprozessen. Module kann man als Wissenseinheiten auffassen, in denen komplexes Wissen komprimiert wird und in denen Operationen durch diese Kapselung als Ganzes abrufbar und einsetzbar werden. Module haben kognitive Entlastungsfunktion, sie tragen zur Reduktion der Komplexität bei, indem sie Abläufe, Tätigkeiten, komplexes Wissen als Einheit handhabbar machen.

Prinzip der Förderung der Übersetzungsqualitfikationen

Bei den 3 Tätigkeiten “Darstellen - Operieren - Interpretieren” dominierte bislang das Operieren. Dies wird jetzt weitgehend dem CAS übertragen, die Freiräume werden für das Darstellen und Interpretieren genutzt.
Die Grenzen der Möglichkeiten beim Operieren wurden bisher auch als Grenzen des im MU Machbaren angesehen. Durch die Übertragung dieser Tätigkeiten an den Rechner haben Ziele wie Darstellen und Interpretieren aber deutlich an Eigenständigkeit gewonnen.
Durch den Wegfall oder durch die Reduktion des Operierens wird schwächeren Schülern die Möglichkeit genommen, durch Reproduktion wenigstens einen teilweise positiven Abschluß in Mathematik zu erreichen. Die Befürchtungen, daß die Schere zwischen guten und schlechten Schülern durch CAS größer wird, sind legitim.

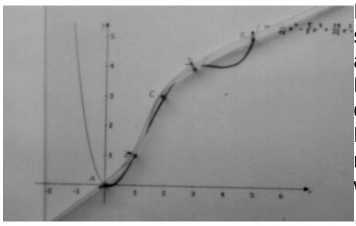
3. Methodische Folgerungen

Aus den didaktischen Prinzipien lassen sich für die Methodik bei vollintegriertem Einsatz des TC folgende Aspekte erkennen:
- Schüler können selbständiger arbeiten, da sie die Arbeitsmethoden weitgehend selbst bestimmen können.
- Schüler können ohne Angst, in Termumformungen „stecken zu bleiben“, komplexere Problemstellungen eigenständig untersuchen.
- Schüler können Probleme experimentell lösen, da sie jederzeit ein entsprechendes Werkzeug zur Verfügung haben.
- Schüler können (im Sinne von problemorientierten Unterricht) Problemstellungen selbständig variieren.
- Schüler können auch umfangreiche reale Daten selbständig untersuchen.
- Lehrerzentrierter Unterricht wird durch schülerorientierten Unterricht und Gruppenarbeit abgelöst.

4. Beispiele

Beispiel 1 : Spline Funktionen – Interpolationfunktionen (Leistungskurs Klasse 12)

Will man durch fünf vorgegebene Punkte einen möglichst glatten Funktionsgraphen zeichnen, so kann man einerseits eine Interpolationsfunktion 4.Grades bestimmen und andererseits die Punkte direkt durch möglichst einfache Polynome stückweise verbinden. Wählt man lineare Verbindungen, so erhält man einen Polygonzug, der die Bedingung möglichst glatt nur unzureichend erfüllt. Eine Verbesserung dieses Modells besteht in der Auswahl anderer Funktionen, z.B. quadratischer oder kubischer Parabeln. Diese stückweisen Interpolationsfunktionen werden allgemein als Splines bezeichnet. Die zentrale Rolle spielt dabei der **kubische Spline**, weil er eine Biegelinie modelliert, die eine biegsame Latte (engl. spline) annimmt, wenn sie nur in sogenannten Haltenasen fixiert wird.



In der Abbildung ist dargestellt, wie ein biegsamer Kunststoffstreifen eine Biegelinie beschreibt, die sich deutlich von dem zugehörigen Interpolationspolynom unterscheidet. Es ist auch deutlich zu erkennen, dass der Spline an den Enden in natürlicher Form linear ausläuft. Derartige Splines werden daher als natürliche Splines bezeichnet. Läuft die Spline-Funktion quadratisch oder kubisch aus, so wird diese Eigenschaft in der Bezeichnung mit angegeben. Durch die Vorgabe, daß die Spline-Funktion für n+1 Datenpunkte aus n kubischen Parabeln mit jeweils 4 Parametern stückweise zusammengesetzt werden soll, ergeben sich $4 \bullet n$ notwendigen Bedingungen.

Phase 1
Erstellung eines mathematischen Modells: die Fixpunkte werden markiert und in ein geeignetes Koordinatensystem übertragen. Dadurch werden Bedingungen festgelegt, die zur Bestimmung einer Funktion führen. Der Ansatz wird hierbei möglichst einfach gewählt, d.h. es wird eine ganzrationale Funktion (höchstens) des Grades n-1 bei n vorgegebenen Punkten bestimmt.

Phase 2
Die Fixpunkte werden in einem realen Modell verankert und durch ein Biegelineal verbunden. Aufgrund seiner hohen Elastizität schmiegt es sich den Fixpunkten in sogenannten Haltepunkten mit einer minimalen Biegeenergie an.

Phase 3
Das erste Modell wird aufgrund der visuellen Eindrücke als nicht tauglich verworfen, da die Interpolationsfunktion im Widerspruch zur Biegelinie steht.

Phase 4
Für diese reale Biegelinie wird ein mathematisches Modell entwickelt, das sie mit möglichst einfachen Funktionstermen beschreibt. Eine Möglichkeit hierfür sind kubische Spline-Funktionen.

Phase 5
Erneute Evaluation des Problems

Phase 6
Erweiterung: Das Problem wird variiert. Man kann z.B. einzelne Stützstellen in vorgegebenen Bereichen variabel halten und nach „optimalen" Kurven forschen oder die Randbedingungen im Sinne eines quadratisch oder kubisch auslaufenden Splines verändern.

Der Nachweis, daß sich die gesuchte Funktion aus Polynomen höchstens dritten Grades abschnittsweise zusammensetzten läßt, kann in der Schule schrittweise erfolgen. Man untersucht die Verbindungsstücke systematisch:

- Bei **linearen Verbindungstücken** tritt das Problem der knickfreien Übergänge auf. Dieses Modell muß verworfen werden.
- Bei **quadratischen Verbindungsstücken** treten Krümmungsprobleme an den Nahtstellen auf. Auch dieses Modell ist nicht geeignet.
- Bei **kubischen Verbindungsstücken** treten diese Probleme systembedingt nicht auf, so daß sie als einfachste Interpolationsfunktionen für die einzelnen Teilabschnitte akzeptiert werden können.

Bedingungen für Spline-Funktion bei fünf Datenpunkte A, B, C, D, E:

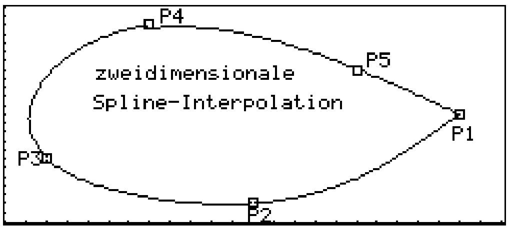
1. $sp1(x_A) = y_A$,
$sp1(x_B) = y_B$, $sp2(x_B) = y_B$
$sp2(x_C) = y_C$, $sp3(x_C) = y_C$
$sp3(x_D) = y_D$, $sp4(x_D) = y_D$
$sp4(x_E) = y_E$
Spline interpolieren die Stützpunkte

2. $sp1'(x_B) = sp2'(x_B)$
$sp2'(x_C) = sp3'(x_C)$
$sp3'(x_D) = sp4'(x_D)$
Steigung bei Annäherung von rechts/links gleich

3. $sp1''(x_B) = sp2''(x_B)$
$sp2''(x_C) = sp3''(x_C)$
$sp3''(x_D) = sp4''(x_D)$
„Krümmungsverhalten" bei Annäherung von rechts/links gleich

4. $sp1''(x_A) = 0$
$sp4''(x_E) = 0$
Spline ist an den „Enden" linear fortsetzbar

Querschnitt einer Tragfläche- zweidimensionale Spline-Interpolation



Eine Anwendung der Interpolation durch Spline-Funktionen besteht in der Konstruktion von „glatten Kurven" in der Ebene. Dieses Problem tritt z.B. bei Querschnittsflächen oder bei der Darstellung von True-Type-Fonts auf:

Man hat n Punkte der Form $P_i(x_i|y_i)$, die in einer vorher festgelegten Reihenfolge, die z.B. durch die vorgegebene Form bestimmt ist, verbunden werden sollen. Wenn man Punkte in der Ebene verbinden will, wird es oft nicht möglich sein, die Verbindungslinie durch eine *Funktion* y=f(x) darzustellen. Als Hilfe benutzt man Kurven in Parameterdarstellung x=x(t) und y=y(t) mit dem Parameter t. Die Parameterwerte für t sind dabei eine wachsende Folge von Werten. Als Kurvenparameter wäre hierbei a priori die Länge des Kurvenbogens am geeignetsten. Da diese aber nicht bekannt ist, wählt man die „Länge" des entsprechenden Polygonzuges.

Wenn man eine parametrische Spline-Kurve durch vorgegebene Punkte legen will, muß man an die beiden einzelnen Kurventeile die gleichen Kriterien wie in 3. für kubische Splines stellen. Hierbei wird dann *jeweils eine Spline-Funktion* für x(t) und für y(t) bestimmt, die anschließend gemeinsam dargestellt werden. Die einzelnen Parameterwerte kann man rekursiv bestimmen.

$$t(1) = 0 \qquad (\text{gilt für den Startpunkt } P_0)$$

$$t(i+1) = t(i) + \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} \;, \text{ für } i = 1,..., n-1$$

Beispiel 2 : Luftballon - Einführung in die Regression (Grundkurs Klasse 12)

Wenn man einen Luftballon aufbläst, ändert sich mit dem Volumen auch der Umfang. Gibt es einen funktionalen Zusammenhang bzw. eine Funktionsgleichung, der dieses (näherungsweise) bestätigt?

Phase 1: Experimentieren – Partner-/Gruppenarbeit

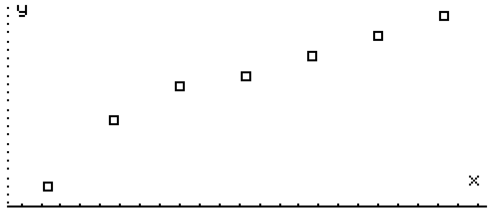
Mehrere Luftballons werden (bis zum Platzen) aufgeblasen, dabei werden bei jedem Atemstoß der zugehörige Umfang des Ballons mit einem Maßband gemessen. Man ist bemüht, möglichst gleichmäßig zu pusten, um die Anzahl als Maß für das Volumen zu benutzen. Vergleichsweise führt eine Gruppe das Experiment mit einer Ballpumpe durch. Einige Gruppen bemühen sich, den Ballon jedesmal in Kugelform zu bringen.

Phase 2: Auswertung – Tabellieren der Daten und graphische Darstellung

Die Daten werden in den Taschencomputer eingegeben und anschließend wird ein Datenplot durchgeführt.

DATA	Anz Pusten	Umfang
	c1	c2
1	1	43
2	2	55.6
3	3	62
4	4	64
5	5	67.5
6	6	71.5
7	7	75

c1=



Phase 3 : Diskussion des Graphen – Aufstellen einer Vermutung für einen funktionalen Zusammenhang

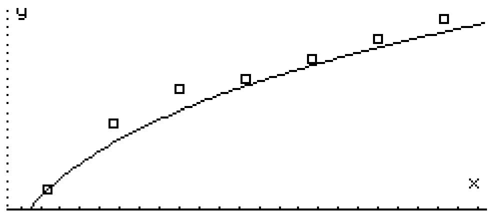
In den unterschiedlichen Graphen der einzelnen Gruppen läßt sich eine gemeinsame „Form“ erkennen. Es wird vermutet, daß diese „Form“ der Graph einer Wurzelfunktion oder einer Logarithmusfunktion ist. Der Ansatz über die Logarithmusfunktion wird nach kurzer Diskussion verworfen, da einige Eigenschaften der Logarithmusfunktion durch die Daten nicht erfüllbar sind.

Phase 4 : Experimentelle Bestimmung deiner zugehörigen Funktionsgleichung – Nutzung der Tabellenkalkulation des TC

In der TC-Tabelle werden zwei Parameter eingegeben und die Funktion damit berechnet. Gleichzeitig wird diese Funktion zusammen mit dem Datenplot dargestellt und visuell begutachtet. Einige Gruppen experimentieren eher planlos, die überwiegende Anzahl arbeiten sehr gezielt. Es wird schnell erkannt, daß sich a weitgehend festlegen läßt und nur noch b manipuliert werden muß.

DATA	Anz Pus...	Umfang	Paramet...	a*x^b
	c1	c2	c3	c4
1	1	43	"a="	43.
2	2	55.6	43	52.5735
3	3	62	"b="	59.1335
4	4	64	.29	64.2785
5	5	67.5		68.5756
6	6	71.5		72.299
7	7	75		75.6044

c4=c3[2]*c1^c3[4]

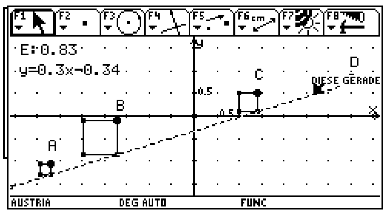


Phase 5 : Suche nach Gütekriterien für die Approximation – Fehler, absoluter Betrag des Fehlers, quadratischer Fehler

Die Fehleruntersuchung läßt sich sehr leicht mit der Tabellenkalkulation durchführen. Die Überlegungen zur Bestimmung des quadratischen Fehlers werden durch den Aspekt der unterschiedlichen Gewichtung von dichten und weit entfernten Punkten motiviert.
Im Anschluß wird gefordert, daß die Summe der quadratischen Fehler möglichst gering wird. Nach der Einbettung dieser Forderung wird wieder in den Gruppen experimentiert und jeweils eine optimale Approximationsfunktion bestimmt.

DATA	a*x^b	Fehler	Quadrat	Summe
	c4	c5	c6	c7
1	43.	0.	0.	19.6145
2	52.5735	3.02647	9.15951	
3	59.1335	2.8665	8.2168	
4	64.2785	-.278518	.077572	
5	68.5756	-1.07562	1.15696	
6	72.299	-.799005	.638408	
7	75.6044	-.604368	.365261	

c7=sum(c6)



Phase 6 : Verallgemeinerung des Verfahrens – Herleitung der linearen Regressionsfunktion

Für die Herleitung der optimalen Approximationsfunktion wird eine zweistellige Funktion untersucht, die von den Parametern a (Steigung) und b (y-Achsenabschnitt) abhängt. Der Begriff der partiellen Ableitung wird eingeführt und mit seiner Hilfe wird die Funktion bzgl. a und b optimiert.
Jetzt wird auch das Regressionsmodul des TC erforscht, das für die lineare Regression den berechneten Wert bestätigt. Für die „Power-Regression“ wird für das Ballonbeispiel ein geringfügig besserer Wert bzgl. der Quadratsumme gefunden. Für den „idealen“ Luftballon, die Kugel, kann das Beispiel mit oder ohne Hilfe des CAS direkt gelöst werden! Dieses kann die gefundenen Ergebnisse bestätigen.

Beispiel 3 : Die World-Pop_Clock – Weltbevölkerungsdaten aus dem Internet (Leistungskurs Klasse 13)

Das U.S. Bureau of the Census erstellt alle 14 Tage eine neue Hochrechnung für die Weltbevölkerung. Diese Daten sind im Internet unter der URL http://www.census.gov/cgi-bin/ipc/popclockw abrufbar. Außerdem kann man mittels Hyperlinks weitere Bevölkerungsdaten fast aller Länder abrufen. Die neueste Hochrechnung im Januar 1999 ergibt folgende Daten:

World POPClock Projection

According to the International Programs Center, U.S. Bureau of the Census, the total population of the World, projected to 1/10/99 at 13:15:45 GMT (1/10/99 at 8:15:45 AM EST) is

5,959,769,394

Monthly World population figures:

07/01/98	5,918,624,368
08/01/98	5,925,214,286
09/01/98	5,931,804,204
10/01/98	5,938,181,544
11/01/98	5,944,771,462
12/01/98	5,951,148,802
01/01/99	5,957,738,721
02/01/99	5,964,328,639
03/01/99	5,970,280,823
04/01/99	5,976,870,741
05/01/99	5,983,248,081
06/01/99	5,989,837,999
07/01/99	5,996,215,340

Source: U.S. Bureau of the Census,

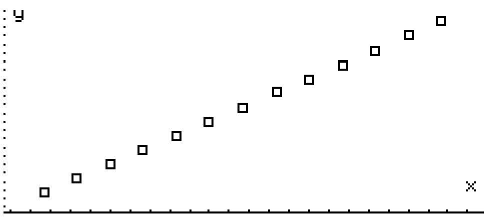
Note: Data updated 12-28-98.

Diese Daten sollen analysiert werden.

Phase 1 : Eingabe der Daten in den TC – Darstellung der Daten

DATA	Zeitpunkt	Anzahl
	c1	c2
1	1998.58	5918624368
2	1998.67	5925214286
3	1998.75	5931804204
4	1998.83	5938181544
5	1998.92	5944771462
6	1999.	5951148802
7	1999.08	5957738721

r1c1=1998.5833333333

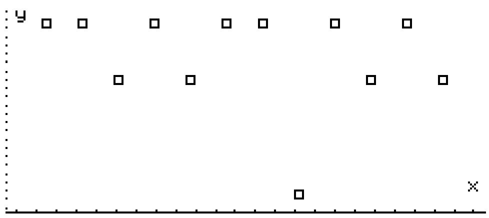


Phase 2 : Überprüfung des linearen Modells – Modellkritik

Aufgrund der Darstellung wird vermutet, daß ein linearer Zusammenhang vorliegt. Um das zu überprüfen, werden die Differenzen der Daten gebildet und dargestellt.

DATA	Anzahl	Monat	Versch	Differe…
	c2	c3	c4	c5
1	5918624…	1	5925214…	6589918
2	5925214…	2	5931804…	6589918
3	5931804…	3	5938181…	6377340
4	5938181…	4	5944771…	6589918
5	5944771…	5	5951148…	6377340
6	5951148…	6	5957738…	6589919
7	5957738…	7	5964328…	6589918

c5=c4−c2



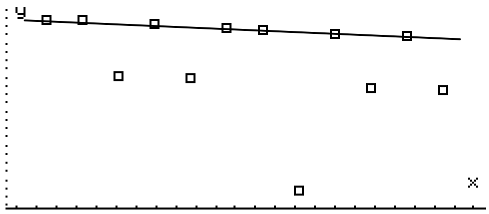
Der Graph zeigt einige merkwürdige Eigenschaften!

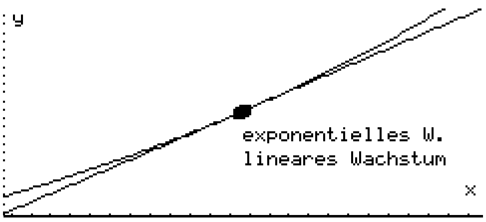
Phase 3 : Überprüfung des exponentielles Wachstums – Modellkritik

Wenn man annimmt, daß der Zuwachs der Bevölkerung konstant sondern prozentuell zum jeweiligen Bestand ist, kommt man zum exponentiellen Wachstum. Hierbei muß der Quotient aus altem und neuen Bestand immer gleich sein. Dies kann mittels Grafik untersucht werden.

DATA	Monat	Versch	Differe…	Quotient
	c3	c4	c5	c6
1	1	5925214…	6589918	.001113
2	2	5931804…	6589918	.001112
3	3	5938181…	6377340	.001075
4	4	5944771…	6589918	.00111
5	5	5951148…	6377340	.001073
6	6	5957738…	6589919	.001107
7	7	5964328…	6589918	.001106

c3=seq(i,i,1,13)





Die Darstellung macht deutlich, daß beide Modelle für langfristige Prognosen versagen; für kurzfristige Prognosen sind aber beide gut geeignet sind. Der Unterschied der beiden Graphen ist für die Prognosezeit 1 Jahr kaum erkennbar, was u.a. daran liegt, daß die Exponentialfunktion in kleinen Bereichen gut linear approximiert werden kann.

Wenn man die Graphik der Quotienten genau betrachtet, kann man erkennen, daß bis auf die „Ausreißer“ die Daten auf einer fallenden Gerade liegen. Diese Idee führt zu dem logistischen Wachstum, das für längere Prognosen deutlich besser geeignet ist. Aufgrund der vielen äußeren Umstände ist es aber kein allgemeingültiges Modell für das Bevölkerungswachstum.

5. Schlußfolgerungen

Beim Einsatz des TC werden mathematische Verständnisdefizite klarer aufgezeigt, da sich der Schüler nicht mehr hinter der schematischen Anwendung des Kalküls verstecken kann. Andererseits können durch den Einsatz des TC Mängel und „Löcher“ in der Kalkülkompetenz (Lösen von Gleichungen, korrektes Differenzieren und Integrieren) “gestopft” werden, so dass diese nicht mehr von dem Auffinden der Problemlösung ablenken. Durch verstärkten Einsatz des Rechners wird ohne entsprechende Gegensteuerung die Kalkülkompetenz der Schülerinnen und Schüler geringer. Andererseits kann gerade der Rechner dazu anregen, der äußeren Form nach unterschiedliche Terme mit klassischen Mitteln auf Gleichheit zu überprüfen. Die geringere Kalkülkompetenz wirkt sich aber nicht auf die Fähigkeit aus, inner- und außermathematische Probleme unter Einsatz dieses Rechners zu lösen. Lösungswege sind häufiger “kreativer”, da die Besorgnis der nicht erfolgreichen Bearbeitung des algebraischen Problems gering ist.

Durch den Einsatz des Rechners wird das Gespräch über Mathematik deutlich befruchtet. Unterschiedliche Ansätze und Lösungsstrategien, deren Vergleich nicht mehr durch fehlerhafte Termumformungen “belastet” ist, fordern zu Fragen und Diskussionen heraus, die weit über das bisher übliche hinausgehen. Es ist jetzt weniger das “wie” sondern eher das “warum” Zentrum der gemeinsamen Betrachtung eines Lösungsweges. Das Gespräch über die Sache wird auch in den jetzt andersartigen Dokumentationen über das “Tun” deutlich, die durch längere Textpassagen mit mathematischen Begründungen gekennzeichnet sind. Diese neue Qualität der Reflexion inner- und außermathematische Probleme im Unterricht wird durch den Einsatz des TC stark forciert.

Innermathematische Fragestellungen können vielschichtiger untersucht werden (Interpolation und Extrapolation, vielschichtige Ansätze der Integralrechnung, numerische Verfahren,...), außermathematische Anwendungen sind durch den Einsatz des TC überhaupt erst sinnvoll geschlossen zu bearbeiten. Reales Datenmaterial muss nicht erst manipuliert werden, sondern kann in der vorgelegten Form weiterverarbeitet werden, dadurch können reale Problemstellungen mit mathematischen Modellen sinnvoll behandelt werden. Für die Schülerinnen und Schüler stellte sich die Frage nach der Sinnhaftigkeit des eigenen Handelns im Mathematikunterricht nicht mehr in der sonst vorhandenen Form, da sie zu realen Problemen Lösungsmodelle und Strategien weitgehend selbständig entwickeln konnten.

Der Taschencomputer bietet Möglichkeiten, Probleme auf unterschiedlichen Betrachtungsebenen (graphisch, tabellarisch, algebraisch) zu bearbeiten und sich Sachverhalte vielseitig zu veranschaulichen. Diese neue Qualität des Mathematikunterrichts, problemlos auf unterschiedlichen Ebenen zu arbeiten, bietet den Schülerinnen und Schülern die Chance, ihre individuellen Lösungsstrategien umzusetzen.

Mit zunehmender Einsatzdauer der Rechner ist insgesamt zu beobachten, dass der Umfang seines direkten Einsatzes eher rückläufig ist. Dieser scheinbare Widerspruch erklärt sich daraus, dass Themen und Inhalte des Unterrichtes und der Klausuren sich von ergebnis- und kalkülorientierten Aufgaben hin zu inner- und außermathematischen Problemen orientieren. Dabei ist der Rechner im Hintergrund als mächtiges Werkzeug stets latent vorhanden, das den Unterricht in vielen Bereichen von “Berechnungen” (Differenzieren, Integrieren, Lösen von Gleichungen , Termumformungen,...) entlastet und damit den Blick für zentrale Fragestellungen freigibt. Allein die Existenz des Taschencomputers in Schülerhand fordert den Lehrer auf, sich zusammen mit seinen Schülerinnen und Schülern Problemstellungen zu widmen, deren Lösungen von der sicheren Beherrschung von Termumformungen nicht mehr unmittelbar abhängig sind. Die klassische Kurvendiskussion verliert weitgehend ihren Stellenwert, da sie fast ausschließlich auf die Beherrschung im Sinne einer korrekten Durchführung des Kalküls ausgerichtet ist. Außerdem sind die im Unterrichtsalltag breit angelegten Kurvendiskussionen nur sehr eingeschränkt dazu geeignet, für die Schülerinnen und Schüler ein gültiges Bild von Mathematik zu erzeugen.

6. Abschließende Bemerkung

Wenn ein Tanker aber erst einmal in „Schwung“ ist,
dann hält ihn so leicht nichts mehr auf.
Gösing, 28.August 1999